

EXERCICES MÉTHODES NUMÉRIQUES N°3

DÉRIVATION NUMÉRIQUE

Exercice 1. Évaluation de la dérivée de $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.

- a) Créer un fichier fonction `f.m` contenant la définition de f :

```
function y = f(x)
% sinus cardinal
if x == 0
    y = 1;
else
    y = sin(x)/x;
end
```

- b) Dans la fenêtre de commande, vérifier que `f` est une nouvelle fonction utilisable en calculant $f(0)$ et $f(3/2)$.

- c) Tracer le graphe de f entre 0 et 10 :

```
>> x = 0:0.1:10;
>> for n = 1:length(x);
    y(n) = f(x(n));
end
>> plot(x, y)
```

- d) Créer un fichier fonction `df.m` contenant la définition de df_n en utilisant l'équation (6) du cours (évaluation de la limite à droite). Cette fonction prendra comme paramètre `h`, le pas de discrétisation :

```
function y = df(x, h)
% évaluation de la dérivée numérique de f en x
% avec un pas de discrétisation h
...
```

- e) Tracer les graphes de df_n et de $\frac{df}{dx}$ (l'expression de cette dernière fonction sera à déterminer à la main), pour une valeur de h de 0,01.

Exercice 2. Choix du pas de discrétisation et erreur.

- a) Pour la même fonction f que dans l'exercice 1, tracer les graphes de df_n et de $\frac{df}{dx}$ pour des valeurs de h de 1 puis 0,1 puis de 0,01 puis de 0,001 ...

Que constatez vous ? Pourquoi ?

- b) Créer une fonction `erreur.m` qui évalue l'erreur commise ε dans l'évaluation de la dérivée numérique, pour l'abscisse $x = 2$, en fonction de h

$$\varepsilon(h) = \left| df_n(2) - \frac{df}{dx}(2) \right|. \quad (1)$$

- c) Tracer le graphe de erreur ε en fonction de h , pour des valeurs de h calculées par `h=1/(2.^[1:50])`. Utiliser des échelles logarithmiques (avec la fonction `loglog`).

Que constatez-vous ? Pourquoi ?

- d) Recommencer la question c) en choisissant pour `df.m` l'équation (7) comme définition de la dérivée numérique. Que constatez-vous par rapport au graphe précédent? Pourquoi?