EXERCICES MÉTHODES NUMÉRIQUES N°1
SCALAIRES - VECTEURS - TRACÉS 2D

Exercice 1. Tracer la courbe plane définie par $y = e^{-x}\sin(3x)$ pour $x \in [0, 8]$.

Exercice 2. Soit la courbe paramétrée plane $\begin{cases} x(t) = e^{\sin 2t} \\ y(t) = e^{\cos t} \end{cases}$.

a) Déterminer la période selon t et tracer cette courbe. Vérifier la valeur de la période.

b) Essayer `comet()` à la place de `plot()`. Déterminer le point double, point où la courbe repasse sur elle-même (valeur de t et coordonnées).

Exercice 3. Soit le scalaire $z = e^{i2\pi/20}$.

a) Écrire une ligne d'instruction calculant le vecteur $Z = \begin{pmatrix} z & z^2 & z^3 & \dots & z^{20} \end{pmatrix}$.

b) Représenter ces valeurs dans le plan complexe ; utiliser `axis('square')`.

c) Calculer la somme $S = \sum_{k=1}^{20} z^k$ et et expliquer le résultat.

Exercice 4.

a) Calculer $S_4 = \sum_{n=1}^{4} \frac{n}{n+1}$ puis S_{10}. Les valeurs exactes sont $S_4 = \frac{163}{60}$ et $S_{10} = \frac{221209}{27720}$.

b) Expliquer les résultats donnés par `rats()`.

Exercice 5.

a) On pose $S_N = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n}$. Calculer S_{10} et S_{20}. Vérifier que S_N croît indéfiniment quand N augmente (on dit que la série diverge).

b) Traver sur un même graphe les courbes S_N et $\ln(N)$ pour $N \in [1, 50]$.

c) Vérifier que $\lim_{N\to\infty} S_N - \ln(N) = \gamma$, où $\gamma \simeq 0{,}577216$ désigne la constante d'Euler.