

# Capteurs - Grandeurs

F. Morain-Nicolier

Capteurs, 2008-2009 Département Geii URCA

Sommaire

## Table des matières

1	Différentes grandeurs	1
2	Dimensions	2
3	Équation aux dimensions	4
4	Quelques grandeurs	4

## 1 Différentes grandeurs

### Différentes grandeurs

**Definition 1** (Grandeur). Toute propriété d'un objet, susceptible de varier

- On cherche à déterminer les lois de comportement des grandeurs

**Definition 2** (Grandeur mesurable). Caractéristique d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance qui peut être définie qualitativement et exprimée quantitativement

- On l'appelle également *mesurande*

### Grandeurs physiques

**Definition 3** (Grandeur mesurable). Grandeur pour laquelle on est capable de définir :

- une relation d'équivalence ( $A = B$ )
- une relation d'ordre ( $A < B$ )
- des opérations

*Exemples 4.* Masse, longueur, angle, énergie, induction magnétique, luminance, ...

## Grandeurs physiques

**Definition 5** (Grandeur repérable). Grandeur pour laquelle on ne peut définir des opérations.

*Exemples 6.* Dureté : évaluée par rapport à une échelle (de Mohs) ou indice (Brinell, Vickers). On ne peut parler de la somme de deux duretés. Autres exemples : intensités des séismes

## Grandeurs (a)temporelles

**Definitions 7.** *Grandeur indépendante du temps* : une tension continue, une longueur à un instant donné.

*Grandeur dépendante du temps* : une tension alternative, longueur d'un corps chauffé, une température au cours de la journée.

## Loi de comportement

**Definition 8.** Une loi de comportement est une relation entre différentes grandeurs intervenant dans un problème.

*Exemples 9.* – La relation entre la pression  $P$  d'un gaz parfait, son volume  $V$  et sa température  $T$  :

$$PV = nRT \quad (1)$$

– La relation entre la longueur  $l$  d'un corps et sa température  $T$  :

$$l = l_0(1 + \alpha T) \quad (2)$$

– Toute grandeur a une dimension. Les lois physiques, chimiques, relient des grandeurs entre-elles.

## 2 Dimensions

### Dimensions

– Les grandeurs fondamentales sont :

Grandeur	Notation
Temps	T
Longueur	L
Masse	M
Intensité de courant électrique	I
Température thermodynamique	$\Theta$
Intensité lumineuse	$I_v$
Quantité de Matière	N

– Toute grandeur peut s'exprimer à partir des ces sept grandeurs fondamentales (choix arbitraire)

– Les dimensions des grandeurs sont indépendantes du système d'unité choisi  
 $\Rightarrow$  **Ne pas confondre dimension et unité**

## Équations physiques

**Definition 10.** Les lois physiques s'expriment sous la forme d'équations du type :

$$f_1(G_1) + \dots + f_n(G_n) = 0 \quad (3)$$

Les fonction  $f_i$  ont la même dimension et sont des fonctions monômes.

**Theorem 11** (de Vaschy-Buckingham). *(Toute équation physique peut être réduite à une relation :*

$$\frac{G}{G_0} = \left(\frac{G_1}{G_{1,0}}\right)^{\alpha_1} \cdot \left(\frac{G_2}{G_{2,0}}\right)^{\alpha_2} \dots \left(\frac{G_m}{G_{m,0}}\right)^{\alpha_m} \sum_k \beta_k, \quad (4)$$

avec  $\alpha_i$  et  $\beta_k$  des nombres sans dimension. (La valeur des coeffs.  $\beta_k$  est en général voisine de l'unité)

## Exemple



Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

- La relation qui relie volume et pression pour une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait est

$$p \cdot V^\gamma = C^{te}, \quad (5)$$

( $\gamma$  étant une constante). C'est l'équation de Laplace.

- Cette relation n'est utilisable que si on connaît la valeur de la constante, i.e. une situation de référence ( $p_0, V_0$ ) telle que :

$$\frac{p}{p_0} \left(\frac{V}{V_0}\right)^\gamma = 1 \quad (6)$$

- Les valeurs de  $p_0$  et  $V_0$  sont nécessaires pour calculer un ordre de grandeur à l'aide de l'équation de Laplace.

## Notation

- On écrit  $[X]$  pour symboliser la dimension de grandeur  $X$
- Par contre les dimensions des grandeurs fondamentales sont écrites dans crochets (pour ne pas confondre les notations et les symboles de grandeurs)

*Examples 12.* – La dimension de la distance  $d$  s'écrit  $[d] = L$

- La dimension de l'angle  $\theta$ , rapport de la longueur d'un arc de cercle au rayon s'écrit

$$[\theta] = \frac{[l]}{[R]} = \frac{L}{L} = 1, \text{ autrement dit un angle sans dimension}$$

### 3 Équation aux dimensions

#### Équation aux dimensions

- Definition 13** (Principe d'homogénéité). – L'argument d'une fonction mathématique (transcendante) est sans dimension (de même que la valeur renvoyé)
- Les deux membres d'une équation littérale, les différents termes d'une somme représentent une même grandeur et ont donc la même dimension

#### Exemples

- L'équation d'état des gaz parfaits s'écrit :  $PV = nRT$ . L'équation aux dimensions correspondante est :

$$[R] = \frac{[P][V]}{[N][T]} = \frac{\text{M.L.T}^{-2}.\text{L}^{-2}.\text{L}^3}{\text{N}.\theta} = \text{M.L}^2.\text{T}^{-2}.\Theta^{-1}.\text{N}^{-1} \quad (7)$$

La constante molaire a donc la dimension d'une énergie divisée par une température et par un nombre de moles.

- $e^{-\alpha t}$  : la dimension de  $\alpha$  est  $[t]^{-1} = \text{T}^{-1}$

### 4 Quelques grandeurs

#### Quelques grandeurs dérivées

**superficie** ( $\text{L}^2$ , mètre carré)

**volume** ( $\text{L}^3$ , mètre cube)

**angle** (sans dimension, radian)

**fréquence** ( $\text{T}^{-1}$ , hertz)

**vitesse** ( $\text{LT}^{-1}$ , mètre par seconde)

**accélération** ( $\text{LT}^{-2}$ , mètre par seconde par seconde)

**impédance** ( $\text{ML}^2\text{T}^{-3}\text{A}^{-2}$ , ohm)

**inductance** ( $\text{VTA}^{-1}$ , henry)

**capacité** ( $\text{A}^2\text{T}^4\text{L}^{-2}\text{M}^{-1}$ , farad)